BEDENKING OVER BEDUIDENDE CIJFERS

Probleem:

* Meting 1 (maatbeker met nauwkeurigheid ±1ml, weegschaal met nauwkeurigheid ±1g):

11ml (=11cm³) van een vloeistof weegt 13g --> dichtheid ρ=13/11=1.181818... g/cm³.
Afronding volgens vuistregels (bij vermenigvuldigen of delen, neem kleinst aantal beduidende cijfers van alle meetgegevens, hier 2): 1.2 g/cm³.

* Meting 2 (zelfde maatbeker en weegschaal):

77 ml weegt 91g --> ρ=91/77=1.181818... g/cm³
Afronding volgens vuistregels: weer 1.2 g/cm³, hoewel men toch aanvoelt dat deze meting nauwkeuriger zou moeten zijn, want procentueel is de fout op beide meetgegevens hier veel kleiner (1/77 en 1/91 t.o.v. 1/11 en 1/13).

Hoe een idee krijgen van de echte nauwkeurigheid?

Bij meting 1 kunnen we in geval van de ergste afleesfouten een dichtheid bekomen van 14/10=1.4 of 12/12=1.0, wat dus betekent dat onze dichtheid ρ=1.2±0.2.
Bij meting 2 wordt dat 92/76=1.2105..., of 90/78=1.1538..., dus ρ=1.18±0.03.
Ons vuistregeltje geeft voor beide gevallen dezelfde nauwkeurigheid voor de dichtheid: 0.1, wat dus bij de eerste meting te optimistisch is en bij de tweede veel te pessimistisch.

Statistisch gezien is het natuurlijk onwaarschijnlijk dat tegelijk de massa zo erg te groot wordt afgelezen, én het volume zo veel te klein. Vandaar dat men een betere schatting van de nauwkeurigheid van de berekende dichtheid kan berekenen, gebaseerd op statistische wetmatigheden, waarbij we veronderstellen dat de mogelijke afwijkingen “normaal verdeeld” zijn:

Meting 1:

$$\frac{s_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{s_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{s_m}{m}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{11}\right)^2 + \left(\frac{1}{13}\right)^2} = 0.1407\ldots \approx 11.9\%$$

Meting 2:

$$\frac{s_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{1}{77}\right)^2 + \left(\frac{1}{91}\right)^2} = 0.01701\ldots \approx 1.7\%$$

(met s: de veronderstelde absolute fout, V: volume, m: massa)

In het eerste geval is de absolute fout op ρ dus 1.1818*11.9%=0.14..., en in het tweede: 1.1818*1.7%=0.020..., wat toch een serieus verschil is. Merk op dat beide kleiner zijn dan onze “ergste schattingen”.

Gebruikelijke wetenschappelijke notatie:
meting 1: ρ=1.18 ± 0.14 g/cm³
meting 2: ρ=1.182 ± 0.020 g/cm³
(absolute fout met 2 beduidende cijfers en resultaat evenveel cijfers na de komma als de fout)

Oefeningen voor leerlingen 5ASO of IW: probeer de nauwkeurigheid te schatten bij...

* Berekening spanning bij spanningsdeler met weerstanden met 5% tolerantie.
* Bepaling inwendige weerstand ampèremeter

(1) door meting van stroom met 2 verschillende serieweerstanden (zéér onnauwkeurig);
(2) door meting van stroom met 1 serieweerstand, met en zonder parallelweerstand (véél nauwkeuriger).

(Koen Van de moortel, okt. 2010)